Movimento com aceleração constante

Notas complementares para o vídeo: http://www.youtube.com/watch?v=S0ArqB0jUbg

Fernando Deeke Sasse

Uma partícula deloca-se com a aceleração constante de 3 m/s^2. Em $t = 4$ s ela está em $x = 100$ m. Em $t = 6$ s ela tem a velocidade $v = 15$ m/s. Determinar a sua posição em $t = 6$ s.

Solução

Temos aqui o problema de valor de contorno:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}\, x^2} = 3, \quad x(4) = 100, \quad \left.\frac{\mathrm{d}\, x}{\mathrm{d}\, t}\right|_{t=6} = v(6) = 15\ .$$

A equação diferencial pode ser escrita em termos da velocidade $v = \dfrac{\mathrm{d}\, x}{\mathrm{d}\, t}$ como $\dfrac{\mathrm{d}\, v}{\mathrm{d}\, t} = 3$, de modo que

$v = 3\, t + C_1$. A constante C_1 pode ser determinada através da condição:

$$v(6) = 15 = 3 \cdot 6 + C_1,$$

de modo que $C_1 = -3$ e

$$v(t) = 3\, t + -3 = 3\,(t - 3).$$

Devemos agora determinar $x(t)$ resolvendo a problema

$$\frac{\mathrm{d}\, x}{\mathrm{d}\, t} = 3\,(t - 1), \qquad x(4) = 100.$$

Ou seja,

$$x(t) = 3\left(\frac{t^2}{2} - t\right) + C_2 = 3\, t\left(\frac{t}{2} - 1\right) + C_2\,,$$

sendo C_2 determinado por

$$x(4) = 100 = 3 \cdot 4\left(\frac{4}{2} - 1\right) + C_2\,.$$

ou

$$C_2 = 100 - 12 = 88.$$

Portanto,

$$x(t) = 3\, t\left(\frac{t}{2} - 1\right) + 88$$

e

$$x(6) = 3 \cdot 6\left(\frac{6}{2} - 1\right) + 88 = 18 \cdot 2 + 88 = 124\ m\,.$$