Probabilidade e Estatística

2010/1

Prof. Fernando Deeke Sasse
CCT-UDESC

Respostas para a Prova 1

1. Amostras de uma peça moldada de plástico são classificadas com base no acabamento da superfície e acabamento da borda. Os resultados envolvendo 100 partes são resumidos como segue:

		acabamento da borda	
		excelente	bom
acabamento da superfície	excelente	70	9
	bom	16	5

Denotando por A o evento correspondente a um acabamento de superfície excelente, e B o evento correspondente a um acabamento de borda excelente. Se uma parte é selecionada aleatoriamente, determine: $P(A), P(A'), P(B), P(A|B), P(B|A), P(A\cap B)$.

Solução:

```
> restart:
> P(A):=(70+9)/100;evalf(%);
```

$$P(A) := \frac{79}{100}$$

$$0.7900000000 \tag{1.1}$$

```
> P(Ap):=(16+5)/100;evalf(%);
```

$$P(Ap) := \frac{21}{100}$$

$$0.2100000000 \tag{1.2}$$

```
> P(B):=(70+16)/100;evalf(%);
```

$$P(B) := \frac{43}{50}$$

$$0.8600000000 \tag{1.3}$$

```
> P(AdB):=70/(70+16);evalf(%);
```

$$P(AdB) := \frac{35}{43}$$

$$0.8139534884 \tag{1.4}$$

```
> P(BdA):=70/(70+9);evalf(%);
```

$$P(BdA) := \frac{70}{79}$$

$$0.8860759494 \tag{1.5}$$

```
> P(AeBp):=70/100;evalf(%);
```

$$P(AeBp) := \frac{7}{10}$$

$$0.7000000000 \quad \textbf{(1.6)}$$

2. Um lote de 200 chips semicondutores contém 30 que são defeituosos.
(a) Dois chips são selecionados aleatoriamente do lote, sem substituição. Qual a probabilidade de que o segundo seja defeituoso ?
(b) Três chips são selecionados aleatoriamente do lote, sem substituição. Qual a probabilidade de que todos sejam defeituosos ?
(c) Três chips são selecionados aleatoriamente do lote, sem substituição. Qual a probabilidade de que ao menos um seja defeituoso ?

Solução.
Eventos:
D: chip é defeituoso, N: chip não é defeituoso
(a) Devemos determinar P2D = P(DD) + P(ND) :

```
> P(DD):=30/200*29/199; P(ND):=(200-30)/200*30/199;
```

$$P(DD) := \frac{87}{3980}$$

$$P(ND) := \frac{51}{398} \quad \textbf{(2.1)}$$

```
> P2D:=P(DD) + P(ND);evalf(%);
```

$$P2D := \frac{3}{20}$$

$$0.1500000000 \quad \textbf{(2.2)}$$

(b)

```
> P(DDD):=30/200*29/199*28/198;evalf(%);
```

$$P(DDD) := \frac{203}{65670}$$

$$0.003091213644 \quad \textbf{(2.3)}$$

(c) Devemos calcular P = P(DDD)+P(DDN)+P(DND)+P(NDD)+P(DNN)+P(NDN)+P(NND)
Notemos que P(DDN) = P(NDD) = P(DND) e P(DNN) = P(NDN) = P(NND).

```
> P(DDN):=30/200*29/199*170/198;
```

$$P(DDN) := \frac{493}{26268} \quad \textbf{(2.4)}$$

```
> P(DNN):=30/200*170/199*169/198;
```

$$P(DNN) := \frac{2873}{26268} \quad \textbf{(2.5)}$$

Portanto

```
> P = P(DDD)+3*P(DDN)+3*P(DNN);evalf(%);
```

$$P = \frac{12724}{32835}$$

$$P = 0.3875133242 \quad \textbf{(2.6)}$$

De forma mais simples,

```
> P(NNN):=170/200*169/199*168/198;
```

$$P(NNN) := \frac{20111}{32835} \quad \textbf{(2.7)}$$

```
> 1-P(NNN);
```

$$\frac{12724}{32835} \quad \textbf{(2.8)}$$

```
> evalf(%);evalf(%);
```

$$0.3875133242$$

$$0.3875133242 \quad \textbf{(2.9)}$$

3. No problema anterior suponha que 45 chips são examinados. Qual é a probabilidade de que 10 sejam defeituosos?

> $restart$

> $N := 200\ : n := 45 : \ K := 30 : p := K / N;$

$$p := \frac{3}{20} \quad \textbf{(3.1)}$$

> $fhg := x \rightarrow evalf\left(\frac{\text{binomial}(K, x)\ \text{binomial}(N-K, n-x)}{\text{binomial}(N, n)}\right) :$

> $fhg(10)$

$$0.05697367028 \quad \textbf{(3.2)}$$

4. Um inspetor trabalhando para uma companhia de manufatura tem uma probabilidade de 99% de identificar corretamente um item com defeito e 0.4% de chance de classificar incorretamente um produto bom como defeituoso. A companhia tem evidências de que sua linha produz 0.5% de ítens defeituosos.
(a) Qual a probabilidade de que um item selecionado para inspeção seja classificado como defeituoso?
(b) Se um item selecionado aleatoriamente é classificado como não-defeituoso, qual é a probabilidade de que ele seja realmente bom?
Solução.
Eventos: D: componente tem defeito, C: inspetor identifica item com defeito.
P(C|D) = 0.99, P(C|D') = 0.004, P(D) = 0.005

```
> restart;
> P(C,D):=0.99; P(D):=0.005;P(C,Dp):=0.004;P(Dp):=1-P(D);
```

$$P(C, \mathrm{D}) := 0.99$$

$$P(\mathrm{D}) := 0.005$$

$$P(C, Dp) := 0.004$$

$$P(Dp) := 0.995 \quad \textbf{(4.1)}$$

> $P(C) = P(C, D)P(D) + P(C, Dp)P(Dp)$

$$P(C) = 0.008930 \tag{4.2}$$

(b) C': inspetor identifica item como sendo bom
P(D'| C') = P(C'|D') P(D')/(P(C'|D') P(D') + P(C'|D) P(D))

> $P(Cp, Dp) := 1 - P(C, Dp)$

$$P(Cp, Dp) := 0.996 \tag{4.3}$$

> $P(Cp, D) := 1 - P(C, D)$

$$P(Cp, D) := 0.01 \tag{4.4}$$

> $P(Dp, Cp) := \dfrac{P(Cp, Dp)P(Dp)}{P(Cp, Dp)\, P(Dp) + P(Cp, D)\, P(D)}$

$$P(Dp, Cp) := 0.9999495495 \tag{4.5}$$

5. Suponha que a função discreta f(x) é definida pela seguinte tabela:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	1/8	2/8	2/8	2/8	1/8

Determine (a) P(X≤2), (b) P(X>-2), (c) P(-1 ≤X≤ 1), (d) P(X≤1 ou X=2), (e) A média e a variância de X.

(a)

> *restart*

> $P(X \leq 2) := 1$

$$P(X \leq 2) := 1 \tag{5.1}$$

(b)

> $P\left(x > -2\right) := \frac{1}{4} \cdot 3 + \frac{1}{8}$

$$P(-2 < x) := \frac{7}{8} \tag{5.2}$$

(c)

> $P(-1 \leq X \leq 1) := \frac{3 \cdot 2}{8}$

$$P(-1 \leq X \textbf{ and } X \leq 1) := \frac{3}{4} \tag{5.3}$$

(d)

> $P(X \leq 1 \; ou \; X = 2) := 1$

$$P(\mathit{false}) := 1 \tag{5.4}$$

(e)

> $\mathrm{mu} := -2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) - 1\left(\frac{1}{4}\right) + 1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)$

$$\mu := 0 \tag{5.5}$$

$$> V(X) := (-2-\mathrm{mu})^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) + (-1-\mathrm{mu})^2 \cdot \left(\frac{2}{8}\right) + (0-\mathrm{mu})^2 \cdot \frac{2}{8} + (1-\mathrm{mu})^2 \cdot \left(\frac{2}{8}\right) + (2-\mathrm{mu})^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)$$

$$V(X) := \frac{3}{2} \quad \textbf{(5.6)}$$

6. Suponha que cada uma se suas chamadas a um serviço de cancelamento de assinatura de TV a cabo tenha uma probabilidade 0.05 de ter sucesso (não obter um sinal de linha ocupada). Suponha que todas as chamadas são independentes.

(a) Qual é a probabilidade de que a primeira conexão seja feita na oitava chamada?

(b) Qual é a probabilidade de que seja necessário efetuar mais de cinco chamadas para conseguir

uma ligação?

(c) Qual é o número médio de chamadas até conseguir uma ligação?

(a)

```
> restart;
> with(Statistics):
> Pg := (x, r) ->p*(1-p)^(x-1);
```

$$Pg := (x, r) \rightarrow p\,(1-p)^{x-1} \quad \textbf{(6.1)}$$

```
> p := 0.5e-1;
```

$$p := 0.05 \quad \textbf{(6.2)}$$

```
> Pg(8);
```

$$0.03491686480 \quad \textbf{(6.3)}$$

(b)

```
> 1-(sum(Pg(i), i = 1 .. 5));
```

$$0.7737809375 \quad \textbf{(6.4)}$$

(c)

```
> mu := 1/p;
```

$$\mu := 20.00000000 \quad \textbf{(6.5)}$$