Probabilidade e Estatística

2010/2
Prof. Fernando Deeke Sasse
CCT-UDESC

Prova 1 (I)

1. Amostras de uma peça moldada de plástico são classificadas com base no acabamento da superfície e no fato de ter ou não um defeito. Os resultados envolvendo 100 partes são resumidos na tabela abaixo

		defeito	
		não	sim
Acabamento de superfície	excelente	80	2
	bom	10	8

Seja A o evento em que uma amostra tem acabamento de superfícies excelente e B o evento correspondente a uma amostra sem defeito. Determine:
(i) $P(A \cap B)$, $P(A' \cup B)$, $P(A|B)$.
(ii) São os eventos A e B independentes?
Solução
(i)
> *restart*

> $P(A \cap B) = \frac{80}{100.}$

$$P(A \cap B) = 0.8000000000 \quad \textbf{(1)}$$

> $P(Ap \cup B) := \frac{(80+18)}{100.}$

$$P(Ap \cup B) := 0.9800000000 \quad \textbf{(2)}$$

> $P(A\ dado\ B) := \frac{80}{90.}$

$$P(A\ dado\ B) := 0.8888888889 \quad \textbf{(3)}$$

(ii) Como P(A∩B) = 0.8 P(A) P(B) = (82/100) (90/100), os eventos nA e B não são independentes.

2. Um lote de 150 chips semicondutores contém 30 que são defeituosos. Três chips são selecionados aleatoriamente do lote, sem substituição.
(a) Qual a probabilidade de que o primeiro seja defeituoso?
(b) Qual é a probabilidade de que haja ao menos dois chips defeituosos?
(c) Qual é a probabilidade de que todos sejam defeituosos?
Solução
> *restart*

(a) Definamos os eventos:
d : chip com defeito, b: chip sem defeito. Os seguintes eventos são possíveis: dbb, ddb, dbd, ddd. A probabilidade associada a estes eventos é

$$> P(dbb) := \frac{30}{150} \cdot \frac{120}{149} \cdot \frac{119}{148}$$

$$P(dbb) := \frac{714}{5513} \quad \textbf{(4)}$$

$$> P(ddb) := \frac{30}{150} \cdot \frac{29}{149} \frac{120}{148}$$

$$P(ddb) := \frac{174}{5513} \quad \textbf{(5)}$$

$$> P(dbd) := \frac{30}{150} \cdot \frac{120}{149} \cdot \frac{29}{148}$$

$$P(dbd) := \frac{174}{5513} \quad \textbf{(6)}$$

$$> P(ddd) := \frac{30}{150} \cdot \frac{29}{149} \cdot \frac{28}{148}$$

$$P(ddd) := \frac{203}{27565} \quad \textbf{(7)}$$

A probabilidade de que o primeiro chip tenha defeito é

$$> P(dbb) + P(ddb) + P(dbd) + P(ddd)$$

$$\frac{1}{5} \quad \textbf{(8)}$$

(b) Os eventos possíveis são: ddb, dbd, bdd

$$> P(ddb) := \frac{30}{150} \cdot \frac{29}{149} \cdot \frac{120}{148}$$

$$P(ddb) := \frac{174}{5513} \quad \textbf{(9)}$$

$$> P(dbd) := \frac{30}{150} \cdot \frac{120}{149} \cdot \frac{29}{148}$$

$$P(dbd) := \frac{174}{5513} \quad \textbf{(10)}$$

$$> P(bdd) := \frac{120}{150} \cdot \frac{30}{149} \cdot \frac{29}{148}$$

$$P(bdd) := \frac{174}{5513} \quad \textbf{(11)}$$

A probabilidade de que ao menos dois chips tenham defeito é

$$> P(ddb) + P(dbd) + P(bdd)$$

$$\frac{522}{5513} \quad \textbf{(12)}$$

$$> evalf(\%)$$

$$0.09468528932 \quad \textbf{(13)}$$

(c) A Probabilidade de que todos os chips sejam defeituosos é

$$> P(ddd) := \frac{30}{150} \cdot \frac{29}{149} \cdot \frac{28}{148}$$

(14)

$$P(ddd) := \frac{203}{27565} \quad \textbf{(14)}$$

> $evalf(\%)$

$$0.007364411391 \quad \textbf{(15)}$$

3. No problema anterior suponha que 50 chips são examinados. Qual é a probabilidade de que 10 sejam defeituosos?

> $restart$

> $N := 150 : \; n := 50 : \; K := 30 : p := K/N;$

$$p := \frac{1}{5} \quad \textbf{(16)}$$

> $fhg := x \rightarrow evalf(\mathrm{binomial}(K, x) * \mathrm{binomial}(N-K, n-x) / \mathrm{binomial}(N, n))$

$$fhg := x \rightarrow evalf\left(\frac{\mathrm{binomial}(K, x)\, \mathrm{binomial}(N-K, n-x)}{\mathrm{binomial}(N, n)}\right) \quad \textbf{(17)}$$

> $fhg(10)$

$$0.1709931048 \quad \textbf{(18)}$$

>

4. Um teste de múltipla escolha contém 25 questões, cada uma com quatro respostas. Suponha que um estudante tente responder fortuitamente cada questão.
(i) Qual é a probabilidade de o estudante responda mais de 13 questões corretamente?
(ii) Qual é a probabilidade de que o estudante responda menos de 4 questões corretamente?
Solução
(i)

> $restart$

> $with(Statistics) :$

> $Pb := x \rightarrow \mathrm{binomial}(n, x)\, p^x (1-p)^{n-x} :$

> $n := 25 : p := \frac{1}{4} :$

> $P(\mathrm{X} < 13) := evalf(sum(Pb(x), x = 14..25))$

$$P(X < 13) := 0.0009158314413 \quad \textbf{(19)}$$

(ii)

> $P(X < 4) := evalf(sum(Pb(x), x = 0..3))$

$$P(X < 4) := 0.09621407473 \quad \textbf{(20)}$$

5. Suponha que a função discreta $f(x)$ é definida pela seguinte tabela:

x	9	10	11	12	13	14
$f(x)$	0.08	0.15	0.30	02.0	0.20	0.07

Determine:
(i) $P(X \leq 11)$,
(ii) $E(X) = \mu$, $V(X) = \sigma^2$
Solução

> $restart$

> $with(Statistics):$

> $x := [9, 10, 11, 12, 13, 14]:$

> $F := [0.08, 0.15, 0.30, 0.20, 0.2, 0.07]:$

(i)

> $P(X \leq 11) := sum(F[i], i = 1..3)$

$$P(X \leq 11) := 0.53 \tag{21}$$

(ii)

> $\mu := \sum_{k=1}^{6} x_k F_k$

$$\mu := 11.50 \tag{22}$$

> $sigma2 := sum\left((x[k] - \mathrm{mu})^2 \cdot F[k], k = 1 .. 6\right);$

$$\sigma 2 := 1.850000000 \tag{23}$$